Préparation aux olympiades de première

Fonctions

Exercice 1:

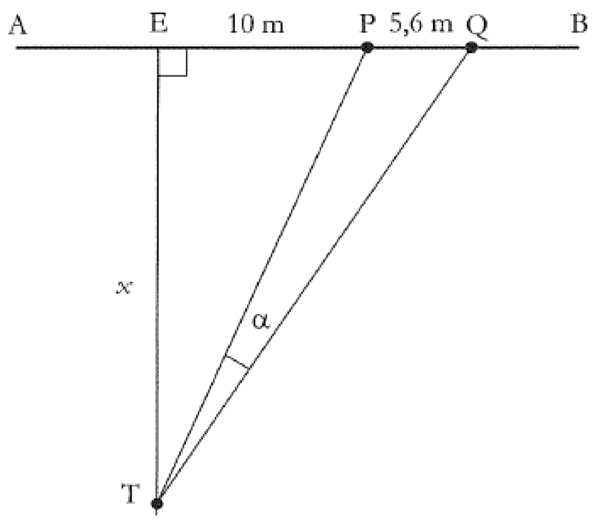
Au rugby, où le tireur doit-il déposer le ballon pour s'ouvrir au maximum l'angle du but ?

Sur le schéma ci-joint, le segment $[AB]$ représente la ligne d'essai d'un terrain de rugby (marquer un essai consiste à déposer le ballon sur cette ligne ou au-delà.

Les poteaux de but sont représentés par les points P et Q. On sait que $PQ = 5,6$ m.

Un essai a été marqué en E, à gauche du poteau P et à 10 mètres de celui-ci.
Transformer cet essai consiste à tirer d'un point de son choix situé sur la perpendiculaire en E à (AB) et à faire passer le ballon entre les poteaux.
On admettra que le point T, point idéal de tir, est celui pour lequel l'angle $\alpha = P\hat{T}Q$ est maximal.

Calculer la distance $x = ET$ pour laquelle cette angle est maximal.

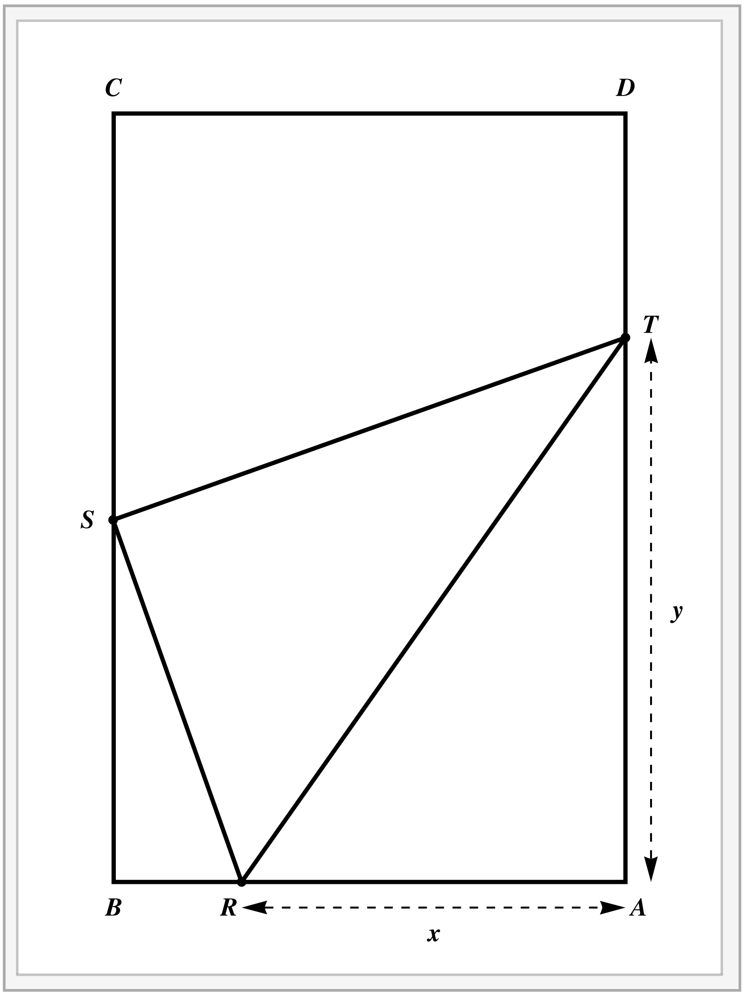


Exercice 2:

Des fourmis se déplacent, en ligne droite, à la queue leu leu, à vitesse constante, en formant une colonne de 50 cm de long.
La dernière fourmi du groupe décide d'aller ravitailler la fourmi chef et pour cela rejoint la tête de la colonne puis, sa mission étant accomplie, retourne aussitôt à la queue de la colonne.
Sachant que, pendant cet aller-retour, la vitesse de cette fourmi est restée constante et que la colonne a parcouru 50 cm, quelle est la distance parcourue par la fourmi ravitailleuse ?

Exercice 3:

Soit $ABCD$ un e feuille rectangulaire de largeur $AB = 4$ et de longueur $BC = 6$.
Soit R un point de $[AB]$ (bord inférieur de la feuille) et T un point de $[AD]$ (bord droit de la feuille).
On replie la feuille suivant le segment $[RT]$ et on appelle S la nouvelle position du point A (coin inférieur droit de la feuille).



Dans tout l'exercice, on s'intéresse au cas où S est sur le segment $[BC]$ (bord gauche de la feuille).
On pose $AR = x$ et $AT = y$.

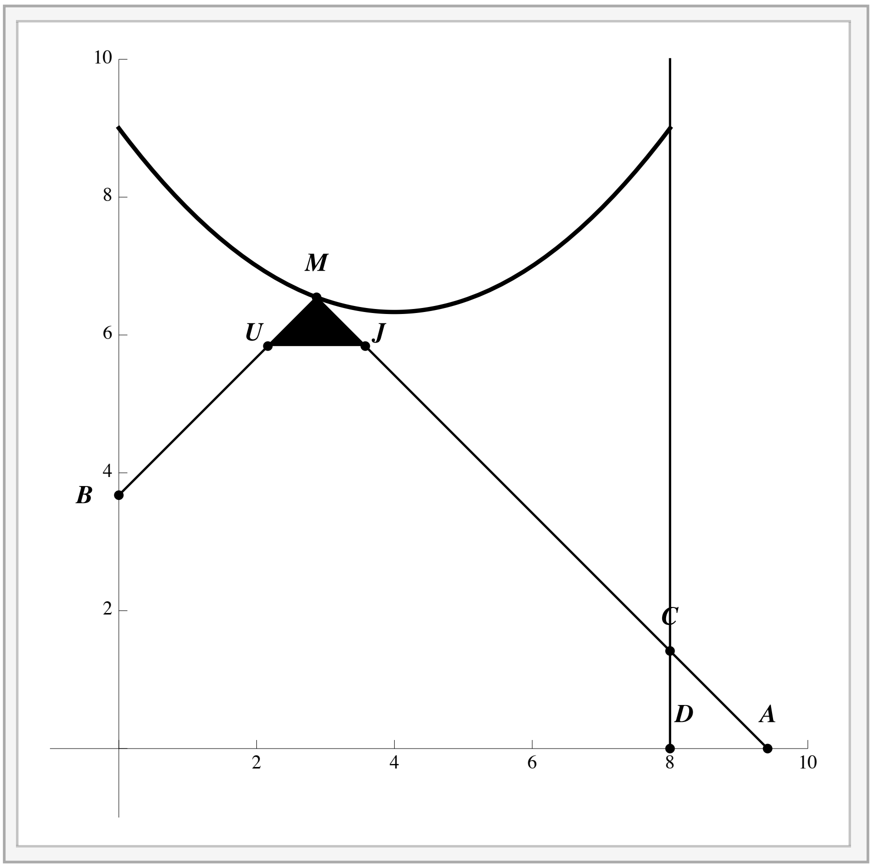
1). Trouver les valeurs minimale et maximale de x.

2). Trouver une relation entre x et y lorsque S se déplace sur $[BC]$.

3). Trouver la valeur de x pour laquelle la partie repliée (triangle RST) est minimale.
Quelle est alors la nature du triangle AST ?

Exercice 4:

Une lampe entourée d'un abat-jour est suspendue entre deux murs distants de 8 mètres à une rampe.
La situation est représentée par le schéma ci-dessous.



Les murs ont pour équations $x = 0$, $x = 8$ et la rampe a pour équation $y = \dfrac{1}{6}(x-4)^2 + \dfrac{19}{3}$.

L'abat-jour est symbolisé par un triangle rectangle isocèle *UMJ* de côtés 1 et $\sqrt{2}$.

1). Vérifier que les bords de l'abat-jour ne touchent ni la rampe ni les murs lorsque $1 < x < 7$.

2). Calculer l'aire du polygone éclairé *OBMCD* correspondant à $x = 3$.

3). Trouver la position de la lampe sur la rampe qui donne un éclairage maximal.