Devoir Surveillé n°1

Éléments de solutions

Exercice 1

1. $A = \dfrac{350}{28} = \dfrac{2\times5^2\times7}{2^2\times7} = \dfrac{5^2}{2} = \dfrac{25}{2}$

$B = -\dfrac{2,03}{1,2} = -\dfrac{203}{120} = -\dfrac{7\times29}{2^3\times3\times5} = -\dfrac{203}{120}$

$C = \dfrac{\dfrac{14}{49}}{\dfrac{18}{63}} = \dfrac{14}{49}\times\dfrac{63}{18} = \dfrac{(2\times7)\times\left(3^2\times7\right)}{(7\times7)\times\left(2\times3^2\right)} = \dfrac{2\times3^2\times7^2}{2\times3^2\times7^2} = 1$

2.

$D = \dfrac{5}{12} + \dfrac{3}{14}$

$D = \dfrac{5}{2^2\times3} + \dfrac{3}{2\times7}$

$D = \dfrac{5\times7}{2^2\times3\times7} + \dfrac{3\times(2\times3)}{2^2\times3\times7}$

$D = \dfrac{53}{2^2\times3\times7}$

$D = \dfrac{53}{84}$

$E = \dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{5}\right)$

$E = \dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{5}{3\times5}+\dfrac{2\times3}{3\times5}\right)$

$E = \dfrac{3}{4}\times\dfrac{11}{15}$

$E = \dfrac{3\times11}{2^2\times3\times5}$

$E = \dfrac{11}{20}$

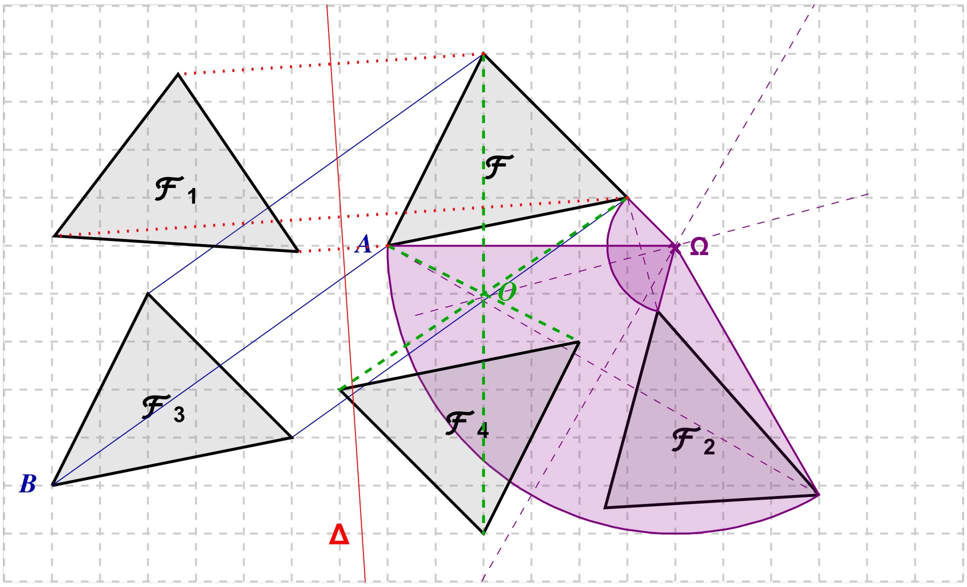
Exercice 2

a. On obtient:

$\mathcal{F}_1$ est l'image de $\mathcal{F}$ par une symétrie axiale (droite Δ rouge);
$\mathcal{F}_2$ est l'image de $\mathcal{F}$ par une rotation, centre Ω et d'angle 120 ° (mesuré sur la figure);
$\mathcal{F}_3$ est l'image de $\mathcal{F}$ par la translation qui transforme A en B, en bleu sur la figure;
$\mathcal{F}_4$ est l'image de $\mathcal{F}$ par une symétrie centrale, celle de centre O, en vert sur la figure.

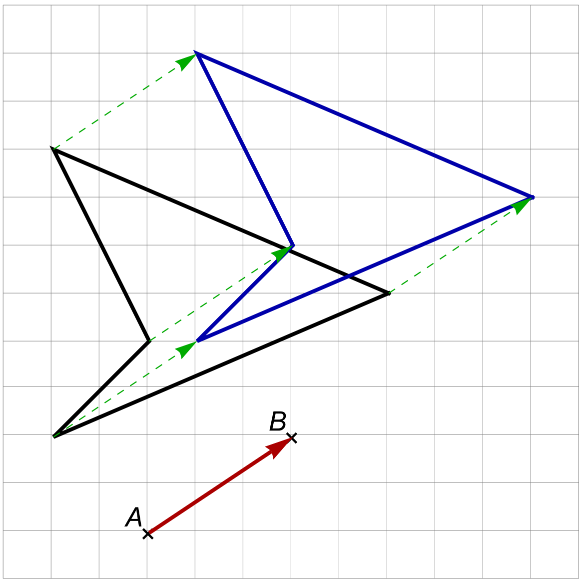
b. On rappelle que:

l'axe Δ est la médiatrice d'un point et de son image (1 seul des segments rouge en pointillé est nécessaire);
le centre de la rotation est à l'intersection de deux médiatrices des segments reliant un point et leur image;
RAS;
le centre O de la symétrie est l'intersection des segments reliant un point et leur image.



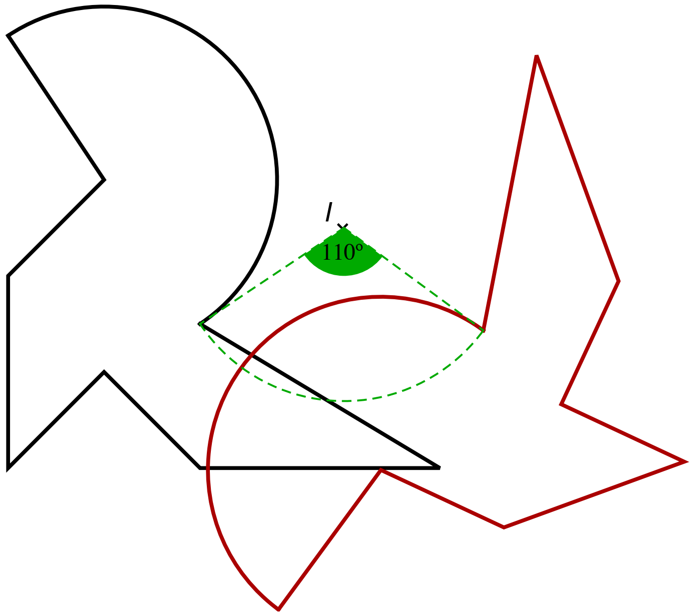
Exercice 3

1. On obtient:



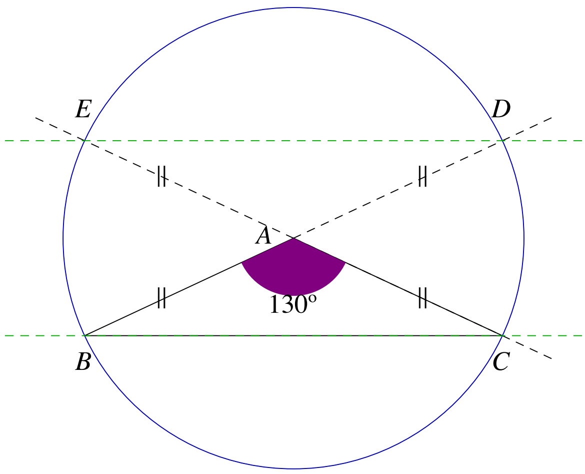
2. On obtient:

Remarque: "à la règle et au compas" demande de laisser les traits de construction au compas. On doit pouvoir observer des arcs de cercle marquant la position des symétriques.



Exercice 4

1. On obtient:



2. Voir figure.

3.a. On remarque que les points B, C, D et E appartiennent au cercle.
«cocycliques» pour «ensemble sur un même cercle».

b. Le triangle ABC est isocèle en A donc $AB = AC = 4$ cm.
Le point D est le symétrique de B par rapport à A donc A est le milieu de $[BD]$: on a donc $AB = AD$.
De même E est le symétrique de C par rapport à A donc A est le milieu de $[CE]$: on a donc $AC = AE$.

Finalement $AB = AC = AD = AE = 4$ cm.
Donc les points B, C, D, E sont sur le cercle de centre A et de rayon 4 cm.

4. L'angle $D\hat{A}E$ est l'image de l'angle $B\hat{A}C$ par la symétrie de centre A.
Or la symétrie centrale conserve les mesures d'angle.

Donc $D\hat{A}E = B\hat{A}C = 130\,°$.

5. Les deux droites sont parallèles.
En effet, les points D et E sont les symétriques des points B et C par la symétrie de centre A.
Or on sait que l'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle.
Donc la droite (DE) est l'image de la droite (BC) par la symétrie de centre A et est donc parallèle à (BC).

Exercice 5

1. La proportion avant le prélèvement d'Hugo est donnée par $\dfrac{150}{150+120} = \dfrac{150}{270} = \dfrac{3\times5\times10}{3\times9\times10} = \dfrac{5}{9}$.
La proportion de chocolats noirs après le prélèvement est donnée par
$\dfrac{150-3}{(150-3)+(120-3)} = \dfrac{147}{264} = \dfrac{3\times7^2}{2^3\times3\times11} = \dfrac{7^2}{2^3\times11} = \dfrac{49}{88}$.
Les fractions irréductibles $\dfrac{5}{9}$ et $\dfrac{49}{88}$ sont distinctes donc la proportion a changée.

2. Remarquons que $36 = 2^2\times3^2$ et que $24 = 2^3\times3$.
Par suite $2\times36 = 3\times24 = 72$.
On en déduit que les bus partent à nouveau en même temps toutes les 72 minutes.
En effet le bus A fait 2 rotations et le bus B 3.
Ainsi ils partent à nouveau en même temps à 8h12 pour la première fois.
On a $5\times72 = 360$ min = 6h donc ils partent à nouveau en même temps pour la cinquième fois à 13h00 (7h00 + 6h)

3. On sait qu'il existe des entiers divisibles par tous ces nombres. Par exemple $2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$.
Pour déterminer le plus petit, on construit l'entier qui contient tous les diviseurs premiers de tous les entiers qui doivent le diviser.
On a:

$2=2$ $\quad 3=3$ $\quad 4=2^2$ $\quad 5=5$ $\quad 6=2\times3$ $\quad 7=7$ $\quad 8=2^3$
$9=3^2$ $\quad 10=2\times5$

Par suite l'entier demandé est $2^3\times3^2\times5\times7 = 2520$.

Bonus

Un cercle donné est le cercle circonscrit de tout triangle dont les sommets sont sur ce cercle.
Ainsi pour construire le centre d'un cercle donné, il suffit de construire les médiatrices de 2 côtés d'un triangle dont les sommets sont sur ce cercle.
Leur point d'intersection est le centre du circonscrit.

Dans notre cas:
- on construit les symétriques de 3 points de l'arc de cercle qui nous est fourni;
- on construit les médiatrices de deux des segments formés;
- on a obtenu le centre du cercle, on trace le cercle!

étapes | La figure | les 3 points et leurs symétriques | les segments | les médiatrices | le centre et le cercle