Devoir Surveillé n°2

Éléments de solutions

QCM

On obtient:

	Questions	A	B	C
1.	$\dfrac{2+3}{4\times7}$ s'écrit	$(2+3)\div(4\times7)$	$2+3\div(4\times7)$	$(2+3)\div4\times7$
2.	12 est …	Un diviseur de 4	Un multiple de 4	Ni l'un ni lautre
3.	Les diviseurs communs à 30 et 42 sont …	2;3;5;6	2;3;6	1;2;3;6
4.	La fraction irréductible égale à $\dfrac{12\times25\times77}{11\times5^3\times4}$ est	$\dfrac{84}{20}$	$\dfrac{21}{5}$	$\dfrac{21}{25}$
5.	L'égalité $10505=103\times101+102$	est le résultat de la division euclidienne de 10505 par 101	est le résultat de la division euclidienne de 10505 par 103	n'est pas le résultat d'une division euclidienne
6.	$2+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{4}$ est égal à	$\dfrac{13}{6}$	$\dfrac{4}{12}$	$\dfrac{5}{7}$
7.	L'expression développée de $a(a+5)$ est :	a^2+5	a^2+5a	$6a^2$
8.	La valeur de l'expression x^2+2x+1 pour $x=-1$ est:	-1	-2	0

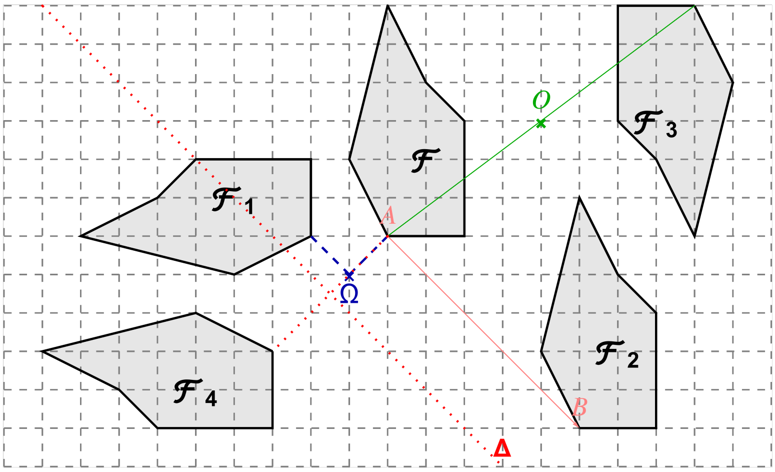
Exercice 2

$\mathcal{F}_1$ est l'image de $\mathcal{F}$ par la rotation de centre Ω et d'angle 90° dans le sens direct.

$\mathcal{F}_2$ est l'image de $\mathcal{F}$ par la translation qui transforme A en B.

$\mathcal{F}_3$ est l'image de $\mathcal{F}$ par la symétrie de centre O.

$\mathcal{F}_4$ est l'image de $\mathcal{F}$ par la symétrie axiale d'axe Δ.



Exercice 3

Les 3 questions de cet exercice sont indépendantes.

Question 1: $A = 4\times\dfrac{1+\dfrac{1}{3}}{2-\dfrac{1}{3}} = 4\times\dfrac{\dfrac{4}{3}}{\dfrac{5}{3}} = 4\times\dfrac{4}{3}\times\dfrac{3}{5} = \dfrac{16}{5}$

Question 2:

$$B = \frac{3}{4}\times\left(\frac{2}{3}-\frac{10}{9}\right)+\frac{3+\dfrac{1}{2}}{-4}$$

$$B = \frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{9}\right)-\frac{\dfrac{7}{2}}{4}$$

$$B = -\frac{1}{3}-\frac{7}{8}$$

$$B = -\frac{8}{24}-\frac{21}{24}$$

$$B = -\frac{29}{24}$$

Question 3:

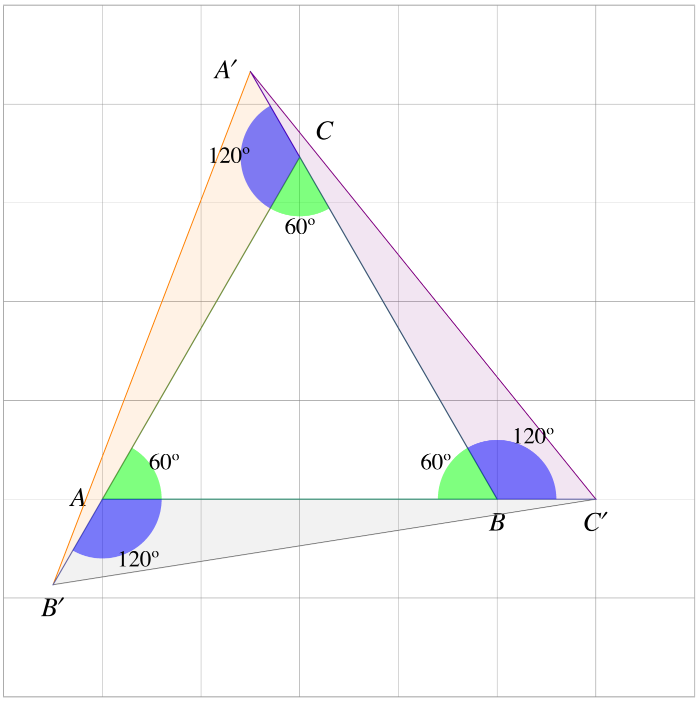
a. Le tiers du reste est représenté par $\dfrac{1}{3}\times\left(1-\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$.

Le propriétaire a donc vendu $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{4}\right)$ et donc il lui reste $1-\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\right) = 1-\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{1}{2}$ de sa propriété.

b. Il lui reste la moitié de 40 hectares, donc 20 hectares.

Exercice 4

1. On obtient:



2. On a:

- $C\widehat{A}B = A\widehat{B}C = B\widehat{C}A = 60\,^\circ$ car le triangle ABC est équilatéral;
- $A\widehat{B}C' = 180\,^\circ$ et $A\widehat{B}C' = A\widehat{B}C + C\widehat{B}C'$ donc $C\widehat{B}C' = 180\,^\circ - 60\,^\circ = 120\,^\circ$;
- $B\widehat{C}A' = 180\,^\circ$ et $B\widehat{C}A' = B\widehat{C}A + A\widehat{C}A'$ donc $A\widehat{C}A' = 180\,^\circ - 60\,^\circ = 120\,^\circ$;
- $C\widehat{A}B' = 180\,^\circ$ et $C\widehat{A}B' = C\widehat{A}B + B\widehat{A}B'$ donc $B\widehat{A}B' = 180\,^\circ - 60\,^\circ = 120\,^\circ$.

Par suite $A\widehat{C}A' = B\widehat{A}B' = C\widehat{B}C'$.

3. On a:

- $CA' = AB'$(données);
- $CB' = CA + AB' = AB + BC' = AC'$
- $C'\widehat{A}B' = B\widehat{A}B' = A\widehat{C}A' = B'\widehat{C}A'$

Par conséquent les triangles $B'CA'$ et $C'AB'$ sont isométriques.

4. Comme les triangles $B'CA'$ et $C'AB'$ sont isométriques, alors $C'B' = B'A'$.
Remarquons alors que:

- $AB' = BC'$(données);
- $BA' = BC + CA' = AB + BC' = AC'$
- $C'\widehat{A}B' = B\widehat{A}B' = C\widehat{B}C' = C'\widehat{B}A'$

Par conséquent les triangles $C'BA'$ et $C'AB'$ sont isométriques. Donc $A'C' = B'C'$.

Finalement $A'C' = C'B' = B'A'$ et donc le triangle $A'B'C'$ est équilatéral.

Exercice 5

1. On obtient:

$4114 = 2\times 11^2\times 17$

$7650 = 2\times 3^2\times 5^2\times 17$

2. $\dfrac{4114}{7650} = \dfrac{2\times 11^2\times 17}{2\times 3^2\times 5^2\times 17} = \dfrac{11^2}{3^2\times 5^2} = \dfrac{121}{225}$.

3. Comme Jean répartit toutes les billes, il ne lui en reste aucune.
Ainsi le nombre de billes en verre dans un sac est un diviseur de 4114.
De même le nombre de billes en terre est un diviseur de 7650.

Finalement le nombre de billes en verre est donné par (nombre de sacs)$\times$(nombre de billes en verre par sac) donc on a l'égalité (nombre de sacs)$\times$(nombre de billes en verre par sac) = 4114 et de même
(nombre de sacs)$\times$(nombre de billes en terre par sac) = 7650.
Par suite le nombre de sacs est un diviseur commun à 4114 et à 7650.
Comme les facteurs premiers communs à 4114 et 7650 sont 2 et 17, alors les diviseurs communs à 4114 et 7650 sont 1; 2; 17 et 34.
Ainsi Jean peut réaliser:

- 1 sac contenant toutes les billes;
- 2 sacs contenant chacun 2057 billes en verre et 325 billes en terre;
- 17 sacs contenant chacun 242 billes en verre et 450 billes en terre;
- 34 sacs contenant chacun 121 billes en verre et 225 billes en terre.

Devinette

On note n le nombre de pièces.
La division euclidienne de n par 5 donne un reste égal à 4.
Il reste donc les possibilités: 4; 9; 14; 19; 24; 29; 34; 39; 44; 49; 54; 59; 64; 69; 74; 79; 84; 89; 94; 99.
Comme le reste de la division euclidienne de n par 2 donne un reste égal à 1, n est un nombre impair.
Il reste 9; 19; 29; 39; 49; 59; 69; 79; 89; 99.
Dans la division euclidienne de n par 3, il reste 2.
n n'est pas un multiple de 3: il reste donc 19; 29; 49; 59; 79; 89
Et même, comme $19 = 3\times 6 + 1$, …, $89 = 29\times 3 + 2$, il reste 29; 59 et 89.
Enfin $29 = 4\times 7 + 1$, $59 = 4\times 14 + 3$ et $89 = 4\times 22 + 1$, il reste 59.
J'ai donc 59 pièces.