

# Devoir surveillé n°1

## Mathématiques, Série S

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter toutes les questions, dans l'ordre qui lui sied, à condition d'indiquer clairement sur la copie le numéro de l'exercice.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Toute trace de recherche, même infructueuse ou incomplète sera prise en compte dans l'évaluation de la copie.

Vendredi 29 septembre 2017

Durée de l'épreuve: 55 minutes

### Exercice 1 (QCM):

6 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte.

On demande d'indiquer sur sa copie le numéro de la question et la lettre de la réponse exacte choisie.

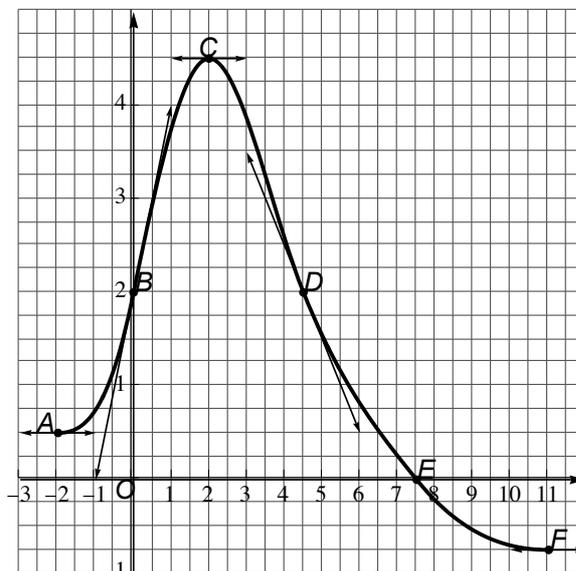
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte 0,5 point; une réponse inexacte enlève 0,25 point; l'absence de réponse donne 0 point.

Si le total des points de l'exercice est négatif, la note est ramenée à 0.

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-2; 11]$  dont la courbe représentative  $C$  est donnée ci-dessous.

Les points  $A, B, C, D, E$  et  $F$  sont des points de la courbe  $C$ .

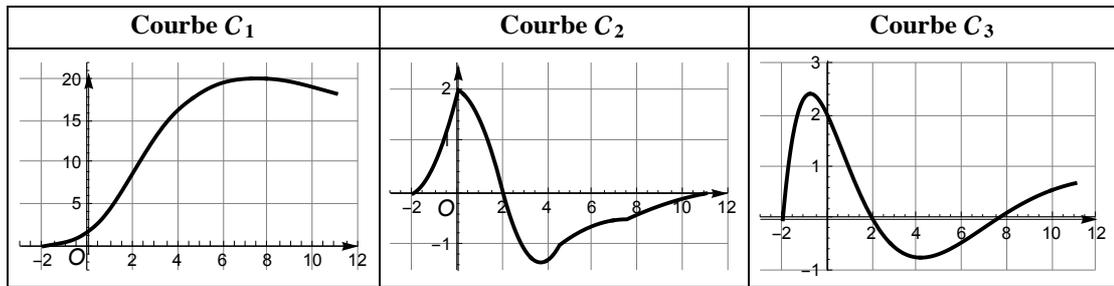
Les tangentes à la courbe  $C$  aux points  $A, B, C, D$  et  $F$  sont représentées sur la figure.



Répondre aux questions 1., 2., 3., 4., 5., 6. en utilisant le graphique ci-dessus.

#	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	$f'(0) =$	$\frac{1}{2}$	2	4
2	Une équation de la tangente à la courbe $C$ au point $D$ est:	$y = -x + 6,5$	$y = x - 6,5$	$y = -2x + 11$
3	L'équation $f(x) > 0$ a pour ensemble de solutions:	$]0; 11[$	$] -2; 7,5[$	$] -2; 2[$
4	L'équation $f'(x) > 0$ a pour ensemble de solutions:	$]0; 11[$	$] -2; 7,5[$	$] -2; 2[$

Pour les questions 5. et 6., on donne de plus les 3 courbes ci-dessous:



#	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
5	Quelle courbe représente la fonction dérivée $f'$ de $f$ ?	$C_1$	$C_2$	$C_3$
6	Quelle courbe représente une fonction dont la dérivée est $f$ . Laquelle ?	$C_1$	$C_2$	$C_3$

**Exercice 2:****4 points**

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  par  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 1}$ .

1. Calculer les premiers termes de la suite et conjecturer une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Démontrer cette conjecture.

**Exercice 3:****10 points**

On définit la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  par 
$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \text{ pour } n \geq 0 \end{cases}$$

1. Étudier les variations de la fonction  $f$  définie sur  $] -3; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{3x+4}{x+3}$ .

2. Dans le repère donné en annexe on a représenté la courbe  $C$  de la fonction  $f$  et la droite d'équation  $y = x$ . Représenter, sur l'axe des abscisses, les 4 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

La suite  $(u_n)$  est-elle bornée ? Monotone ?

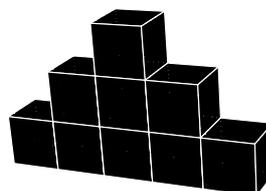
3. Démontrer par récurrence que pour tout entier  $n$ ,  $-1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$ . Conclure quant à la conjecture émise à la question 1.

4. On définit la suite  $(v_n)$  par 
$$\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \frac{3v_n + 4}{v_n + 3} \text{ pour } n \geq 0 \end{cases}$$

La suite  $(v_n)$  a-t-elle le même comportement que la suite  $(u_n)$  ? Pourriez-vous expliquer pourquoi ?

**Bonus:**

On prend un cube et on place en-dessous de lui trois cubes; on place ensuite cinq cubes en dessous de ces trois cubes, etc. Combien utilise-t-on de cubes si l'on a dressé 100 rangées de cubes ?



## Annexe de l'exercice 3

À rendre avec la copie.

Nom:

Prénom:

